

ВАРИАНТ №3

Рассмотрим колебательную систему (рис. 3), составленную из двух пружинных маятников (массы m_1 и m_2 , жесткости пружин k_1 и k_2). Данный маятник также представляет собой систему с двумя степенями свободы (состояние такой системы полностью описывается двумя независимыми параметрами x_1 и x_2 смещения тел от положения равновесия), поэтому необходимо составлять уравнение движения каждого тела в отдельности.

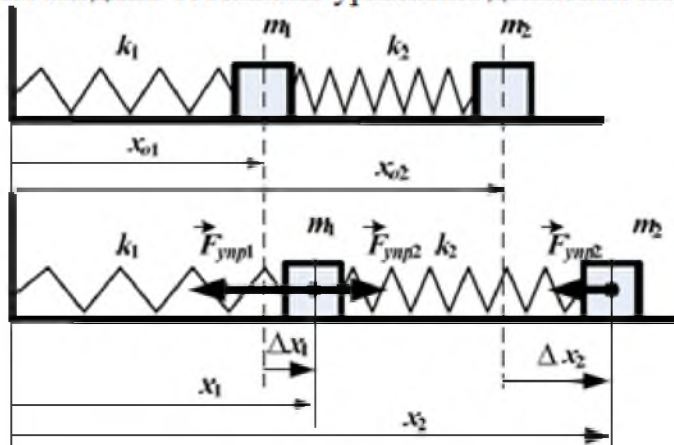


Рис. 3.

Направим ось Ox вправо и примем за начало отсчета точку крепления первой пружины¹⁰. Тогда начальная координата первого тела определяется длиной первой пружины в недеформированном состоянии $x_{o1} = \ell_1$. Начальное положение второго тела: $x_{o2} = \ell_2 + x_{o1}$, где ℓ_2 – длина второй пружины в недеформированном состоянии.

В отсутствие трения на второе тело действует только сила упругости со стороны второй пружины, а на первое – сила упругости со стороны обеих пружин. Введем обозначения: Δx_{1o} и Δx_{2o} – начальные смещения тел от положения равновесия; Δx_1 и Δx_2 , $x_1 = x_{o1} + \Delta x_1$ и $x_2 = x_{o2} + \Delta x_2$ – соответственно смещения и координаты тел в произвольный момент времени. Очевидно, что смещения масс от положения равновесия определяют деформации пружин $\Delta \ell_1$ и $\Delta \ell_2$.

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} m_1 \vec{a}_1 = \vec{F}_{упр1} + \vec{F}_{упр2}, \\ m_2 \vec{a}_2 = \vec{F}_{упр2} \end{cases}$$

и спроектируем каждое из них на выбранное направление оси Ox :

$$\begin{cases} m_1 a_{1x} = F_{1x} + F_{2x}, \\ m_2 a_{2x} = F_{2x}. \end{cases}$$

В дифференциальной форме:

$$\begin{cases} m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = k_2((x_2 - x_1) - (x_{o2} - x_{o1})) - k_1(x_1 - x_{o1}), \\ m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -k_2((x_2 - x_1) - (x_{o2} - x_{o1})). \end{cases} \quad (2.1)$$

Здесь: $(x_2 - x_1) - (x_{o2} - x_{o1}) = \Delta x_2 - \Delta x_1 = \Delta \ell_2$ – удлинение (деформация) второй пружины в любой момент времени, $(x_1 - x_{o1}) = \Delta x_1 = \Delta \ell_1$ – удлинение первой пружины.

Исходные данные

Масса 1-го тела	m_1	1 кг
Жесткость 1-й пружины	k_1	100 Н/м
Начальное положение 1-го тела	x_{o1}	0 м
Начальная скорость 1-го тела	v_{0x1}	0 м/с
Начальное смещение 1-го тела	Δx_{10}	0,05 м
Начальная координата 1-го тела	x_{10}	0,05 м
Коэффициент трения	f_1	0,00 кг/с
Масса 2-го тела	m_2	1 кг
Жесткость 2-й пружины	k_2	100 Н/м
Длина 2-й пружины	l	0,1 м
Начальное положение 2-го тела	x_{o2}	0 м
Начальная скорость 2-го тела	v_{0x2}	0 м/с
Начальное смещение 2-го тела	Δx_{20}	0,05 м
Начальная координата 2-го тела	x_{20}	0,15 м
Коэффициент трения	f_2	0,00 кг/с
Начальное время	t_{\min}	0 с
Конечное время моделирования	t_{\max}	10 с

ЗАДАНИЕ

Пользуясь системами смоделировать колебания каждого тела в отдельности (количество подынтервалов не менее 500), т.е. рассчитать скорости тел и их координаты, а также удлинения пружин в соответствующие моменты времени.

По результатам задания построить графики зависимости положений тел от времени на одной диаграмме и графики изменения удлинения пружин с течением времени.